

Die Eulersche Zahl $e = 2,71828182845904\dots$
hergeleitet mit der Zinseszinsformel:

Einzahlung von $K_0 = 1 \text{ €}$ bei Bank, die jährlich mit 100% verzinst: $K_1 = K_0 \left(1 + \frac{100}{100}\right) = 2K_0 = 2 \text{ €}$ nach einem Jahr. Kann man die Rendite durch kürzere Verzinsungsintervalle unbegrenzt steigern (Zinseszinseffekt)?

Bei monatl. Verzinsung: $\frac{100\%}{12} = \frac{100}{12 \cdot 100} = \frac{1}{12}$
 $\implies K_1 = K_0 \left(1 + \frac{1}{12}\right)^{12} \approx 2,61 \text{ €}$ nach einem Jahr.

Bei täglicher Verzinsung: $\frac{100\%}{365} = \frac{1}{365}$
 $\implies K_1 = K_0 \left(1 + \frac{1}{365}\right)^{365} \approx 2,71 \text{ €}$

Dies wächst nicht unbegrenzt, bei Verzinsung „in jedem Augenblick“ (stetige Verzinsung):

$$K_1 = K_0 \left(\lim_{n \rightarrow \infty} \left[1 + \frac{1}{n} \right]^n \right) = K_0 \cdot e \approx 2,72 \text{ €}$$

Mehr wird's nicht! Man sagt: e ist Grenzwert der Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit $a_n := \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.
