Postkartenmathematik — #3

Dreiecksungleichung

Satz: $|a+b| \leq |a| + |b|$

Beweis.
1) $a, b \geq 0 \Longrightarrow a + b \geq 0$
$\Longrightarrow |a+b| = a + b = |a| + |b|$

2) $a, b \leq 0 \Longrightarrow a + b \leq 0$
$\Longrightarrow |a+b| = -(a+b) = (-a)+(-b) = |a|+|b|$

3a) $a < 0 < b$ und $|a| < |b|$
$\Longrightarrow |a+b| = a + b < b = |b| < |a| + |b|$

3b) $a < 0 < b$ und $|a| > |b|$
$\Longrightarrow |a+b| = -a - b < -a = |a| < |a| + |b|$

Ebenso für $b < 0 < a$. □